



Universidad Simón Bolívar
Departamento de Matemáticas
Puras y Aplicadas

Matemáticas 2 (MA-1112)
1^{er} Examen Parcial (30 %)

Abr-Jul 2023

Tipo Unico

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS

1. (6 ptos.) Sea $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ una función continua tal que

$$\frac{3n^2}{\sqrt{4n^2 + 1}} \leq (b - a) \sum_{i=1}^n f(p_i) \leq \frac{3n^2(2n + 3)}{2(2n^2 + 3n - 2)}$$

donde p_i es un punto cualquiera perteneciente al intervalo $[a + (\frac{b-a}{n})(i-1), a + (\frac{b-a}{n})i]$ para cada $i = 1, \dots, n$. Determine si f es integrable en $[a, b]$, y en caso de serlo halle

$$\int_a^b f(x)dx$$

2. (7 ptos.) Sea \mathcal{P} una partición uniforme del intervalo $[a, b]$ cuyos elementos son los de la sucesión $\{x_i\}_{i=0}^n$ y sean p_1, \dots, p_n puntos arbitrarios tales que $p_i \in [x_{i-1}, x_i]$ para cada $i = 1, \dots, n$. Si $a > 0$, calcule

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \ln \left(\sqrt[n]{p_i} \right)$$

haciendo uso del Teorema Fundamental del Cálculo.

3. (3 ptos.) Sea $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ una función continua. Si g es una función continua en $[a, b]$, derivable en (a, b) , $g(a) = \frac{1}{2}$ y $g'(x) = f(x)$ para todo $x \in (a, b)$, determine cuánto vale $g(b)$.

4. (4 ptos.) Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función continua tal que $f(x+1) = 3f(x)$ para todo

$x \in \mathbb{R}$. Si se sabe que $\int_2^1 f(x)dx = 2$, determine el valor de $\int_0^2 f(x)dx$

5. **(7 ptos.)** Calcule el promedio de la función $f(x) = (\arcsen(x))^2$ sobre el intervalo $\left[0, \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$.

6. **(3 ptos.)** Use derivación logarítmica para verificar que

$$\frac{1}{2} \int \frac{3x^3 + x^2 - 13x - 7}{(x-1)^2 \sqrt{x+3}} dx = \frac{(x^2+1)\sqrt{x+3}}{x-1} + C$$

para $x > 1$.